

ELMI BİLİKLƏRİN QIYMƏTLƏNDİRİLMƏSİNDƏ REQRESİYA TƏNLIYININ TƏTBİQİ VƏ PROQNOZLAŞDIRMA

A.N. Əhmədova

Azərbaycan Dövlət Bədən Tərbiyəsi və İdman Akademiyası
İdman menecmenti və kommunikasiya kafedrası
aza.ahmadova@sport.edu.az

Nəşr tarixi

Qəbul edilib: 01 oktyabr 2021

Dərc olunub: 27 oktyabr 2021

© 2021 ADBTİA Bütün hüquqlar qorunur

Annotasiya. Tədqiqatda 2020-2021-ci tədris ilində ADBTİA-da “Məşqçi” ixtisası üzrə təhsil alan təsadüfi seçilmiş 10 tələbənin “Riyaziyyat” fənnindən imtahan nəticələri əsasında reqressiya tənliyi qurulur. Reqressiya tənliyinin keyfiyyətini qiymətləndirmək üçün proqnozlaşdırmanın standart xətası hesablanır. Hesablanmış nəticələrin təhlili əsasında belə qərara gəlinir ki, qurulmuş reqressiya tənliyi tələbələrin imtahan nəticələrini proqnozlaşdırmasında yararlıdır.

Açar sözlər: *Korrelyasiya, reqressiya tənliyi, imtahan nəticələri, proqnozlaşdırma, xəta, parametrlər, tədqiqat.*

Funksional əlaqə ən çox təbii hadisələr arasında müşahidə edilir. Funksional əlaqəni və ya asılılığı riyazi şəkildə dəqiq ifadə etmək mümkündür. Məsələn, çevrənin uzunluğu onun radiusu ilə düz mütənəsidir ($l=2\pi r$). Sosial-iqtisadi hadisələr arasında isə funksional əlaqəyə nadir hallarda təsadüf etmək olar. Belə hadisələr arasında əlaqə və asılılığın müəyyən edilib öyrənilməsində statistikanın rolu danılmazdır [1, s.42].

Dəyişənlər arasında əlaqənin sıxlığını və istiqamətini korrelyasiya əmsalını hesablamaqla təyin edirdik. Lakin bu əlaqənin formasını, göstəricilərdən birinin dəyişməsindən asılı olaraq digərinin dəyişilməsi səbəbini korrelyasiya əmsalı ilə müəyyən etmək mümkün deyil. Dəyişən göstəricilər arasındakı əlaqəni reqressiya qanunları müəyyənləşdirir [2, s.218]. Ona görə də bu əlaqənin riyazi modelini ifadə etmək üçün isə reqressiya analizinə ehtiyac duyulur. Reqressiya analizi ilə iki və ya daha artıq dəyişən arasındakı əlaqə riyazi ifadə olunur. Reqressiya analizi aralarında səbəb-nəticə əlaqəsi olan iki və ya daha artıq dəyişən arasındakı

münasibəti təyin etmək və bu münasibətdən proqnozlaşdırmada istifadə etmək üçün aparılır. Belə ki, təbiətdə səbəb-nəticə əlaqəsində olan hadisələrlə tez-tez qarşılaşırıq. Burada səbəb dəyişəni asılı olmayan dəyişən adlandırılır və X -lə işarə olunur. Nəticə dəyişəni isə asılı dəyişən adlandırılır və Y -lə işarə olunur. Yəni reqressiya analizində dəyişənlərdən biri asılı, digəri isə mütləq asılı olmayan olmalıdır. Korrelyasiya analizində bu zərurət tələb olunmur. Dəyişənlərdən biri X əvvəlcədən məlumdu və təsadüfi deyildir. Y dəyişəni isə təsadüfi kəmiyyətdir. Asılı olmayan dəyişənin sayı bir olduqda reqressiya analizi sadə reqressiya analizi adlanır. Analitik ifadəyə əsasən əlaqə düzxətli və əyrixətli olur. Düzxətli əlaqə koordinat sistemində qrafik olaraq düz xəttə yaxın olan bir xətlə təsvir edilir. Əgər göstəricilərdən birinin (X) qiyməti artdıqda və ya azaldıqda, digərinin (Y) qiyməti müəyyən nisbətdə azalarsa və ya artarsa belə korrelyasiya əlaqəsi əyrixətli əlaqə adlanır.

Sadə xətti reqressiya modeli aşağıdakı xətti tənliklə ifadə olunur:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i \quad i=1,2,\dots,n.$$

Burada α, β –naməlum reqressiya parametrlərini, ε_i –xətanı ifadə edir.

Seçmə göstəricilərə əsasən qurulan xətti reqressiya tənliyi aşağıdakı kimidir:

$$\hat{y}_i = a + bx_i$$

burada a, b –seçmə göstəricilərə görə α, β parametrləri üçün alınmış qiymətlərdir [3, s.180]. \hat{y}_i – ilə tənlikdən alınmış nəzəri qiymətləri işarə edəcəyik.

Seçmə göstəricilərə əsasən a və b –i təyin etmək üçün ən kiçik kvadratlar üsulundan istifadə edilir. Ən kiçik kvadratlar üsulu – təqribi hesablama metodudur [4, s.245]. Bu üsulun mahiyyəti, Y_i həqiqi qiymətlər ilə tənlikdən alınan nəzəri qiymətlər arasındakı fərqin kvadratları cəmini ən kiçik edən a, b -nin qiymətlərinin tapılmasından ibarətdir. Bunu aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

$$\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \text{minimum}$$

burada y_i –həqiqi qiymətlər, \hat{y}_i –nəzəri qiymətlərdir.

a , b –nin qiymətləri aşağıdakı tənliklər sistemindən tapılır:

$$a \cdot n + b \sum x_i = \sum y_i$$

$$a \sum x_i + b \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$$

burada a –reqressiya sabitidir; b –reqressiya əmsalıdır və asılı olmayan dəyişəndəki bir vahid dəyişiminin (artma və ya azalmanın) asılı dəyişəndəki təsirini ifadə edir [5, s.253].

$$a = \frac{\sum y_i \cdot \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2},$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

a , b əmsalları hesablandıqdan sonra Y -in X -ə görə proqnozlaşdırılan xətti reqressiya tənliyi:

$$\hat{y} = a + bx$$

şəklində ifadə edilir.

Reqressiya tənliyinin keyfiyyətini qiymətləndirmək üçün proqnozlaşdırmanın standart xətası aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}, \quad n \geq 30,$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}, \quad n < 30.$$

Tədqiqat 2020/2021-ci tədris ilində ADBTİA-da “Məşqçi” ixtisası üzrə təhsil alan təsadüfi seçilmiş 10 tələbənin “Riyaziyyat” fənnindən imtahan nəticələrinə görə aparılır. İmtahan nəticələri cədvəl 1-də verilmişdir. Tələbələrə imtahana çalışma saati X -lə, imtahanda topladığı ballar Y -lə işarə olunmuşdur.

Cədvəl 1

| № | Çalışma saati X | Bal Y |
|----|----------------------|------------|
| 1. | 9 | 42 |
| 2. | 6 | 38 |

| | | |
|-----|----|----|
| 3. | 8 | 40 |
| 4. | 8 | 42 |
| 5. | 7 | 36 |
| 6. | 10 | 45 |
| 7. | 9 | 41 |
| 8. | 6 | 36 |
| 9. | 10 | 46 |
| 10. | 12 | 48 |

İlk baxışdan x və y arasındakı əlaqənin eyni istiqamətli olması aydın görünür. Bunu korrelyasiya əmsalını hesablamaqla sübut edə bilərik. Korrelyasiya əmsalı bir neçə üsulla hesablanabilir:

$$r_{xy} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(n-1)S_x S_y}$$

burada $-S_x$, S_y uyğun olaraq X – in və Y -in orta kvadratik meyhidir.

$$r_{xy} = \pm \sqrt{\frac{by}{x} \frac{bx}{y}}$$

burada by/x – Y -in X -ə görə reqressiya əmsalı, bx/y – X -in Y -ə görə reqressiya əmsalıdır.

Reqressiya əmsalları müsbətdirsə korrelyasiya əmsalı müsbət, reqressiya əmsalları mənfidirsə korrelyasiya əmsalı mənfi işarəli olacaq

$$r_{xy} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Sonuncu düsturdan istifadə etməklə, aşağıdakı nəticəni alırıq:

$$r_{xy} = \frac{66}{\sqrt{32,5 \cdot 150,4}} \approx 0,94.$$

Bu da onu göstərir ki, göstəricilər arasında eyni istiqamətli və eyni zamanda güclü əlaqə mövcuddur. Göstəricilər arasında güclü əlaqənin olması da xətanın kiçik olacağını əvvəlcədən söyləməyə imkan verir. Göstərilən nəticələr üçün bu asılılığın riyazi ifadəsi olan reqressiya tənliyini quraq.

Cədvəl 2.

| № | x_i | y_i | x_i^2 | $x_i \cdot y_i$ | \hat{y}_i | $y_i - \hat{y}_i$ | $(y_i - \hat{y}_i)^2$ |
|---|-------|-------|---------|-----------------|-------------|-------------------|-----------------------|
| 1 | 9 | 42 | 81 | 378 | 42.42 | -0.42 | 0.176 |
| 2 | 6 | 38 | 36 | 228 | 36.33 | 1.67 | 2.789 |
| 3 | 8 | 40 | 64 | 320 | 40.39 | -0.39 | 0.152 |
| 4 | 8 | 42 | 64 | 336 | 40.39 | 1.61 | 2.592 |
| 5 | 7 | 36 | 49 | 252 | 38.36 | -2.36 | 5.57 |
| 6 | 10 | 45 | 100 | 450 | 44.45 | 0.55 | 0.303 |
| 7 | 9 | 41 | 81 | 369 | 42.42 | -1.42 | 2.016 |
| 8 | 6 | 36 | 36 | 216 | 36.33 | -0.33 | 0.109 |
| 9 | 10 | 46 | 100 | 460 | 44.45 | 1.55 | 2.403 |

| | | | | | | | |
|----|----|-----|-----|------|--------|-------|-------|
| 10 | 12 | 48 | 144 | 576 | 48.51 | -0.51 | 0.26 |
| Σ | 85 | 414 | 755 | 3585 | 414.05 | -0.05 | 16.37 |

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 8.5, & \bar{y} &= 41.4 \\ b &= \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \\ &= \frac{10 \cdot 3585 - 85 \cdot 414}{10 \cdot 755 - (85)^2} = \frac{660}{325} \approx 2.03 \\ \bar{y} &= a + bx \rightarrow a = \\ &= \bar{y} - bx = 41.4 - 2.03 \cdot 8.5 \approx 24.15 \\ \bar{y} &= 24.15 + 2.03x. \end{aligned}$$

Bu tənliyə əsasən tələbənin çalışdığı hər saat üçün qiymətinin 2.03 bal artması gözlənilir.

İndi tənliyin xətasını hesablayaq:

$N < 30$ olduğundan

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2}}$$

düsturundan istifadə edirik.

$$S_y = \sqrt{\frac{16.37}{8}} \approx \sqrt{2.046} \approx 1.43 \text{ (bal)}$$

Bu da o deməkdir ki, $\bar{y} = 24.15 + 2.03x$ tənliyi həqiqi nəticələri 1.43 (bal) xəta ilə təmsil edir.

Beləliklə, qərara gəlirik ki,

$$y = 24.15 + 2.03x$$

tənliyinə əsasən tələbələrə imtahan nəticələrini proqnozlaşdırmaq olar. Məsələn, imtahana 11 saat hazırlaşan tələbənin imtanan nəticəsi təqribi 47 bal olar.

ƏDƏBİYYAT

1. Əyyubova N.S. *Statistikanın ümumi nəzəriyyəsi*. Bakı 2014.
2. Əliyev F., Mikayılov C., Əliyev Y. *Statistika*. Qafqaz Universiteti, Bakı 2015.
3. Kərimov T.Q., Seyfullazadə N.Z. *Ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistikanın əsasları*. Bakı 2008.
4. Трифонова Н.Н., Еркомайшвили И.В. *Спортивная метрология: учеб. пособие*, 2016.
5. Дудин Н.М., Ласников Н.В., Лезина М.Л. *Статистика*. Москва, «Юрайт», 2017.

ПРИМЕНЕНИЕ РЕГРЕССИВНОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ НАУЧНЫХ ЗНАНИЙ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

А.Н. Ахмедова

Азербайджанская Государственная Академия Физической Культуры и Спорта

Кафедра Спортивного менеджмента и коммуникаций

aza.ahmadova@sport.edu.az

Аннотация. В данном исследовании составляется регрессивное уравнение на основе результатов экзамена по предмету «Математика» 10-ти произвольно отобранных студентов по специальности «Тренер» в Азербайджанской Государственной Академии Физкультуры и Спорта в 2020-2021 учебном году. Вычисляется стандартная погрешность прогнозирования для оценки качества регрессивного уравнения. На ос-

нове анализа результатов вычислений делается вывод о том, что составленное регрессивное уравнение пригодно для прогнозирования результатов экзамена студентов.

Ключевые слова: корреляция, регрессивное уравнение, результаты экзамена, прогнозирование, погрешность, параметры, исследование.

**APPLICATION AND FORECASTING OF REGRESSION EQUATIONS IN THE
ASSESSMENT OF SCIENTIFIC KNOWLEDGE****A.N. Ahmadova***Azerbaijan State Academy of Physical Education and Sport*

Department of Sport management and communication

aza.ahmadova@sport.edu.az

Annotation. The study establishes a regression equation based on the results of examinations in the subject "Mathematics" of 10 randomly selected students studying in the speciality "Coach" at Azerbaijan State Academy of Physical Education and Sport in the 2020-2021 academic year.

To evaluate the quality of the regression equation, a standard forecast error is calcula-

ted. Based on the analysis of the calculated results, it is decided that the established regression equation is useful for predicting students' exam results.

Keywords: *correlation, regression equation, exam results, forecasting, error, parameters, research.*