

KOMBİNATORİKA MƏSƏLƏLƏRİ VƏ ONLARIN NÖVLƏRİ

N.D. Hacızadə

Azərbaycan Dövlət Bədən Tərbiyəsi və İdman Akademiyası
İdman menecmenti və kommunikasiya kafedrası
natig.hacizada@sport.edu.az

Nəşr tarixi

Qəbul edilib: 11 yanvar 2021

Dərc olunub: 5 mart 2021

© 2021 ADBTİA Bütün hüquqlar qorunur

Annotasiya: “Kombinatorika məsələləri və onların növləri” adlı məqalədə birləşmələr nəzəriyyəsinin elementlərindən bəhs edilmişdir. Məqalədə aranjeman, permutasion və kombinazonun tərifləri, düsturları verilmiş və onlar arasındakı əlaqəyə toxunulmuşdur. Çalışmalar həllində kombinatorika məsələlərinin əhəmiyyətli rolu məqalədə öz əksini tapmışdır.

Açar sözlər: kombinatorika, birləşmə, praktik, nəzəri, aranjeman, permutasion, kombinazon, təklif.

Çox sayda praktik məsələlərdə tez-tez müəyyən obyektlər çoxluğundan onun bəzi alt çoxluqlarını ayırmaq, hər hansı çoxluğun elementlərini bu və ya digər qaydada düzmək lazım gəlir. Belə məsələlərə əsasən riyaziyyatın kombinatorika bölməsində baxılır. Kombinatorika məsələlərinin aşağıdakı növlərini nəzərdən keçirək:

1. Təkrarsız aranjemanlar. Əksər praktik məsələlərdə m elementli sonlu çoxluğun bütün elementlərini və ya k ($k \leq m$) sayda elementi olan alt çoxluqlarını elə nizamlamaq tələb olunur ki, bu alt çoxluqlar bir-birindən həm elementlərinin sırasına görə, həm də elementlərinin müxtəlifliyinə görə fərqlənən birləşmələr olsun. Ümumiyyətlə sonlu çoxluqların elementlərinin nizamlanması əməli ilə bağlı olan kombinator məsələlərinin ən mühüm növü m elementli çoxluğun k elementli alt çoxluqlarının şərh etdiyimiz prinsiplər əsasında nizamlanması olan və təkrarsız aranjeman adlanan növüdür. [1, s.360-365]

Tərif 1. Hər birində k sayda element olmaqla m elementli çoxluğun elementlərindən düzələn və bir-birindən elementlərinin sırasına

və müxtəlifliyinə görə fərqlənən birləşmələrə aranjemanlar deyilir və A_m^k kimi işarə olunur.

Fərz edək ki, $A = \{m, n, k\}$ çoxluğunun elementlərindən hər birində iki element olmaqla aranjemanlar düzəltmək tələb olunur. Həmin aranjemanlar $\{m, n\}$ $\{m, k\}$ $\{n, k\}$ $\{n, m\}$ $\{k, m\}$ $\{k, n\}$ şəklində olar. Deməli, $A_3^2 = 6$ olar.

Ümumiyyətlə,

$$A_m^k = m(m-1)(m-2)\dots(m-(k-1))$$

düsturu ilə hesablanır.

Məsələn:

$$A_7^3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210. [2, s.210,211].$$

2. Təkrarsız permutasionlar. Fərz edək ki, belə bir məsələ qoyulur. m elementli çoxluğun nizamlayın. Bunu neçə üsulla etmək olar?

Asanlıqla görmək olar ki, bu məsələ $k = m$ olan hal üçün təkrarsız aranjemanın xüsusi halıdır. Yəni m elementli çoxluğun elementlərindən düzəldilmiş və hər birində m sayda element olan, bir-birindən yalnız elementlərinin sırasına görə fərqlənən birləşmələr olacaq. Onda bu cür birləşmələrin sayı

$$A_m^m = m(m-1)(m-2)\dots \cdot 2 \cdot 1 = m!$$

olar.

Tərif 2. m elementli çoxluğun elementlərindən düzələn və bir-birindən yalnız elementlərinin sırasına görə fərqlənən aranjemanlara permutasionlar deyilir və P_m kimi işarə olunur. [3, s.47,48,49]

$$P_m = A_m^m = m!$$

Məsələn, $P_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ $P_m = m!$ düsturundan istifadə etməklə A_m^k -nin yeni düsturunu çıxartmaq olar. Buna görə A_m^k -nin düsturunun sağ tərəfini $(m-k)!$ hasilinə vuraq və bölək.

$$A_m^k = m(m-1)(m-2)\dots(m-(k-1)) = \frac{m(m-1)(m-2)\dots(m-(k-1)) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (m-k)}$$

$$= \frac{m!}{(m-k)!}$$

Yəni $A_m^k = \frac{m!}{(m-k)!}$ düsturunu alırıq.

Məsələn, $A_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{4!} = 210$.

3. Təkrarsız kombinezonlar.

Tərif 3. Hər birində k sayda element olmaqla m elementli çoxluğun elementlərindən düzələn və bir-birindən heç olmazsa bir elementinin müxtəlifliyinə görə fərqlənən aranjemanlara kom-binezonlar deyilir və C_m^k kimi işarə olunur. [4, s.98].

Ümumiyyətlə, aranjemanların tərkibində həm permutasionlar, həm də kombinezonlar var. Tutaq ki, $A_5^2 = 5 \cdot 4 = 20$. Bu aranjemanların tərkibində 10 kombinezon və hər bir kombinezonda 2 permutasionlar var. $10 \cdot 2 = 20$ münasibətlərindən yazmaq olar ki, $A_5^2 = C_5^2 \cdot P_2$.

Buradan da $C_5^2 = \frac{A_5^2}{P_2}$ yazıla bilər. Fikrimizi

ümumiləşdirsək, $A_m^k = C_m^k \cdot P_k \rightarrow C_m^k = \frac{A_m^k}{P_k}$.

Aranjeman və permutasionun düsturlarından istifadə etsək, $C_m^k = \frac{m!}{(m-k)! \cdot k!}$ düsturunu alırıq.

İndi isə hər üç kombinatorika məsələlərinə aid çalışma nümunələrini nəzərdən keçirək.

1. $C_{n+3}^{n+1} - 5C_{3n}^2 + 19n^2 = 6$ tənliyini həll edək.

Əvvəlcə qeyd edək ki, kombinezonun $C_n^k = C_n^{n-k}$ xassəsindən istifadə etsək, $C_{n+3}^{n+1} = C_{n+3}^2$ olar. Onda $C_{n+3}^2 - 5C_{3n}^2 + 19n^2 = 6$ tənliyində kombinezonun düsturundan istifadə etsək,

$$\frac{(n+3)!}{(n+1)! \cdot 2!} - 5 \cdot \frac{(3n)!}{(3n-2)! \cdot 2!} + 19n^2 = 6$$

münasibətini alırıq.

$$(n+3)! = (n+1)!(n+2)(n+3) \text{ və} \\ (3n)! = (3n-2)!(3n-1) \cdot 3n$$

olduğunu tənlikdə nəzərə alaraq

$$\frac{(n+1)!(n+2)(n+3)}{(n+1)! \cdot 2} - 5 \cdot \frac{(3n-2)!(3n-1) \cdot 3n}{(3n-2)! \cdot 2!} + 19n^2 = 6$$

Sadələşdirmə aparsaq,

$$3n^2 - 10n + 3 = 0 \Rightarrow n = 3$$

alırıq.

2. $\frac{A_n^{n-5} \cdot (5!)^2}{P_n}$ ifadəsini sadələşdirək.

Aranjeman və permutasionun düsturlarından istifadə edək: [5, s.221,222]

$$\frac{n!}{(n-n+5)!}$$

$$\frac{1}{n!} \cdot (5!)^2 = \frac{n!}{5! \cdot n!} \cdot (5!)^2 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

3. $C_{19}^{x-3} = C_{19}^{x-4}$ olarsa, C_x^{11} -i hesablayaq.

Nəticə əldə etmək üçün

$$(x-3) + (x-4) = 19$$

olduğunu nəzərə alaraq. Onda

$$x-3 + x-4 = 19 \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow x = 13$$

olar. Beləliklə

$$C_x^{11} = C_{13}^{11} = C_{13}^{13-11} = C_{13}^2 = \frac{13 \cdot 12}{2} = 78$$

alırıq.

Yekun nəticələr: Məqələdən belə nəticəyə gəlmək olar ki, ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistika bölmələrində müxtəlif tipli çalışmaları həlli zamanı kombinatorika məsələlərindən istifadə olunur. Ona görə də kombinatorika məsələlərinin Akademiyada tədris olunan riyaziyyat fənninin proqramında öz əksini tapması məqsədəuyğundur.

ƏDƏBİYYAT

1. **Əsədov M.X.** Orta məktəb riyaziyyat kursunda məsələ həlli təliminin nəzəri və metodik problemləri. Bakı, "Elm və təhsil" nəşriyyatı, 2018, 383s.
2. **Vəliyeva Ş.M., Kələntərli N.M. və s.** Ali riyaziyyat və riyazi statistika. Bakı, 2014, 262s.

3. Əsədov M.X. *Riyaziyyatın ibtidai kursunun nəzəri əsasları*. Bakı, ADPU-nun mətbəəsi, 2018, 239 s.
4. Hacızadə N.D. *Роль теоретических знаний в развитии практического направления*. «Высшая школа Казахстана», 2012, №1, сәһ.98-102.
5. Hacızadə N.D., Rzayev M.K. *Riyaziyyat fənni elmi idrak tərbiyəsinin əsas faktorlarından biri kimi*. AMİ, Respublika konfransı. Bakı, 2014, сәһ. 278-282.

ЗАДАЧИ КОМБИНАТОРИКИ И ИХ ТИПЫ

Н.Д. Гаджизаде

Азербайджанская Государственная Академия Физической Культуры и Спорта
Кафедра Спортивного менеджмента и коммуникаций
natig.hacizada@sport.edu.az

Аннотация. В статье «Проблемы комбинаторики и их типы» рассматриваются элементы теории комбинаций. В статье даны определения и формулы расстановки, перестановки и спецодежды, а также затронута взаимосвязь между ними.

В статье отражена важная роль комбинаторики в решении задачи.

Ключевые слова: комбинаторика, комбинация, практическая, теоретическая, расстановка, перестановка, комбинезон, предложение.

THE PROBLEMS OF COMBINATORICS AND THEIR TYPES

N.D. Hajizade

Azerbaijan State Academy of Physical Education and Sports
Department of Sports management and communication
natig.hacizada@sport.edu.az

Annotation. The article "Problems of combinatorics and their types" discusses the elements of the theory of combinations. The article gives definitions and formulas of arrangement, per-mutation and overalls and touches on the relationship between them. The

important role of combinatorics in solving the problem is reflected in the article.

Keywords: combinatorics, combination, practical, theoretical, arrangement, permutation, overalls, suggestion.