

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЯ И ЗАРОЖДЕНИЯ ТРЕЩИНЫ В АРМИРОВАННОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ ШЕЙКИ БЕДРА ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

к.м.н., Тахмина Таги-заде, д.м.н., Наилья Калантарлы

Азербайджанская Государственная Академия Физической Культуры и Спорта
tahmina.taghizada@sport.edu.az, nailya.kalantarli@sport.edu.az

Аннотация: Впервые в мировой практике разработан аналитический метод исследования по актуальной проблеме биомеханики - определено местоположение повреждения и зарождения трещины в эндопротезированном тазобедренном суставе. Исследовано пространственное линейно-упругое напряженно-деформированное состояние тазобедренного сустава с установленным металлическим эндопротезом с учетом наличия повреждения в костной ткани. Получены соотношения, позволяющие определить местоположение повреждения и зарождения трещины в тазобедренном суставе в зависимости от нагрузки при ходьбе.

Ключевые слова: эндопротез, бедренная кость, напряженно-деформированное состояние костной ткани, повреждение, зарождение трещины.

Введение: Как известно [1,2] одним из наиболее распространенных методов лечения дегенеративных – дистрофических заболеваний тазобедренного сустава является эндопротезирование. Обзор многочисленных работ [3-6] по этой тематике показывает, что несмотря на широкий выбор конструкций армированных имплантов тазобедренного сустава, важной проблемой на сегодня остается развитие нестабильности и stress-shielding эффекта разрушения конструкции из-за несоответствия формы импланта форме костномозгового канала бедренной кости. В связи с этим учёные ортопеды исследуют причины развития нестабильности эндопротеза тазобедренного сустава и предлагают рекомендации для улучшения его эксплуатационной надежности [3-6].

В многочисленных работах [см. например 3-6] для расчета напряжений, имеющих место в костной ткани при функциональных нагрузках, построены пространственные модели тазобедренного сустава с установленной металлической бедренной компонентой эндопротеза. В отмеченных работах [3-6], выполненных на высоком уровне, к сожалению расчет на прочность ткани и прогнозирования микротравмирования проводится на базе

классической теории прочности Губера - Мизеса (IV теория прочности). В рамках классических представлений о материале как некотором деформированном твердом теле исходят из того, что элемент материала может находиться в одном из следующих состояний: сплошном (С) или разрушенном (Р). При этом переход материала из сплошного состояния в разрушенное состояние – процесс разрушения осуществляется мгновенно, когда характеристики напряженно-деформированного состояния достигают некоторого критического значения этих характеристик для данного материала. В случае когда характеристики напряженно-деформированного состояния не достигают своих предельных значений, то разрушения не произойдет и материал сохраняет свою целостность – прочность. Классический подход в механике материалов не раскрывает самого механизма разрушения. При классическом подходе мы имеем возможность раскрыть сам процесс разрушения и выявить факторы, ускоряющие или замедляющие этот процесс. Суть идей неклассических подходов, т.е. методов современной механики разрушения материалов, сводится к следующему: переход элемента

материала при нагружении из состояние сплошности в разрушенное состояние сопровождается некоторым промежуточным (II) состоянием материала. Это состояние материала (II) необходимо учитывать при определении прочности материала. Особенностью областей деформируемого материала, где возникают промежуточные состояния ((области предразрушения), является то, что в этих зонах предразрушения материала всегда деформируется за предел упругости. Именно здесь наиболее интенсивно совершается локальное пластическое течения и другие явления, предопределяющие в конечном счете зарождения трещины и их развитие, т.е. переход С-П-Р переход.

Введение в организм эндопротеза, не в полной мере биомеханических совмести-мо с костью, приводит к значительному изменению деформированно-прочностных свойств и поведения системы «сустав-эндопротез-бедренная кость» по отношению к естественному здоровому суставу. Это приводит к тому, что при определенных видах резких нагрузок в костных тканях системы «сустав-эндопротез-бедренная кость» появляются повреждения, приводящие за собой асептическое расшатывания эндопротеза, патологические изменения кости.

В связи с этим значительный интерес представляет изучение механического взаимодействия импланта с костными тканями при внешних нагрузках, а также отыскание оптимальной конструкции эндопротеза.

Известно, что экспериментальное и клиническое исследование этой проблемы наталкивается на серьезные трудности [3], связанные как невозможностью наблюдать детальную эволюцию повреждения в изучаемой системе.

Следовательно, математическое моделирование деформирования тазобедренного сустава человека с эндопротезом, является весьма перспективным для решения актуальных проблем травматологии и ортопедии.

Целью настоящей работы являлась разработка аналитического метода исследования влияния структуры эндопротеза на поведения тазобедренного сустава при наличии повреждений. Выбор данного подхода вызван в связи с тем, что аналитический метод позволяет моделировать процесс генерации и накопления повреждений, зарождения и развития трещины.

Постановка задачи. Для анализа напряженно - деформированного состояния, возникающих в костных - структурах и ножке эндопротеза тазобедренного сустава под действием функциональных нагрузок необходимо решение пространственной задачи теории упругости с учетом возникновения повреждения в материале. Местоположения повреждения и его размеры заранее неизвестны. Они подлежат определению из решения краевой задачи биомеханики для области занятой материалом тазобедренного сустава. Повреждения моделируется, как область ослабленных межчастичных связей в состоянии пластическо-го деформирования при постоянных напряжениях. Приведем систему уравнений, описывающих биомеханическое поведение костных структур и ножки эндопротеза. Пусть материал занимает область V с границей S

$$\nabla \cdot \sigma = 0, \quad \forall x \in V$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T), \quad \forall x \in \bar{V}$$

$$\sigma = E(x) : \varepsilon, \quad \forall x \in \bar{V} \quad (1)$$

$$u = 0, \quad \forall x \in S_u$$

$$n \cdot \sigma = 0, \quad \forall x \in S \setminus ((S_p \cap S_b) \cup S_u \cup S_t)$$

$$n\sigma - t = 0, \quad \forall x \in S_t$$

На берегах повреждения

$$n\sigma = \bar{p} \quad (2)$$

Здесь $\bar{V} = V \cup S, S = S_u \cup S_i$; σ - тензор напряжений, ε - тензор упругих деформаций, $E(x)$ - тензор упругих свойств, S_b - полная поверхность кости, S_p - поверхность имплантата, $S_b \cap S_p$ - поверхность контакта кости с имплантатом, S_f - поверхность нагружения, S_u - поверхность с ограничениями, заданных в перемещениях, p - усилия возникающие в межчастичных связях материала. Обозначем вершины повреждений через $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ координаты этих вершин, т.е. величины x_1, y_1, z_1 неизвестны.

Метод исследования.

Исследуемая область V является сложной, пространственной.

Для определения напряженно-деформированного состояния системы костной ткани в имплантат используют метод суперпозиции, т.е. решение ищется в виде суммы двух напряженных состояний.

1. Соединения костной ткани – имплантат без зоны повреждения под действием на границе функциональных нагрузок;

2. Соединения костной ткани-имплантат с зоной повреждения, местоположения которой заранее не известно.

При этом на берегах зоны повреждения (предразрушения) к силам сцепления межчастичных связей материала добавляется напряжения с обратным знаком имеющие место на этой линии, где расположена зона повреждения, в первом напряженном состоянии.

Граничное условие задачи теории упругости для определения первого напряженного состояния первого напряженного состояния имеет вид (1). Для напряжений в первом состоянии в работах [3,4,5,6] использовали численный метод конечных элементов. На рисунки 1 приведена, конечно-элементная модель бедренной кости для расчета напряженно-деформированного состояния на первом этапе [4]. В результате такого расчета найдены компоненты тензора напряжения $\sigma_x(x, y, z), \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}(x, y, z)$ в любой точке системы костной ткани и имплантата. Подробный анализ первого напряженного состояния и выбор механических характеристик материалов системы костной ткани-имплантат содержатся и обсуждены в работах [3-6].



Рис.1 Конечно-элементная модель бедренной кости

Второе напряженно-деформированное состояние в окрестности зоны повреждения костной ткани определяем приближённо в том смысле, что будем удовлетворять граничным условиям задачи на берегах зоны повреждения и требовать, чтобы на значительном расстоянии от зоны повреждения напряженное состояние в системе костной ткани – имплантат совпадало с напряженным состоянием, вызванном действием функциональных нагрузок для бездефектной системы костной ткани – имплантат.

По теорий дислокации и трещин [7] второе напряженное состояние представим в виде трех состояний:

1. *Нормальный отрыв*

Зона повреждения представляет собой разрыв нормального перемещения $V: (V^+ - V^-) \neq 0$ остальные перемещения u и w на линии повреждения равны нулю.

2. *Поперечный сдвиг.*

Зона предразрушения представляет собой разрыв касательного перемещения $U: (U^+ - U^-) \neq 0$, остальные перемещения v и w на линии повреждения равны нулю

3. *Продольный сдвиг.*

Зоны повреждения представляет разрыв касательного перемещения $W: (W^+ - W^-) \neq 0$, перемещения u и v на линии повреждения равны нулю.

Перечисленным типам разрывов в теории дислокаций отвечают клиновидные, краевые и векторные дислокации соответственно. На основании сказанного выше граничные условия на берегах повреждения во втором напряженном состоянии будут иметь вид:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \sigma_{y_1} = \sigma_s - \sigma_y^1(x_1); \quad \tau_{x_1y_1} = 0 \\ 2) \quad & \sigma_{y_1} = 0 \quad \tau_{x_1y_1} = \tau_s - \tau_{x_1y_1}^1 \\ 3) \quad & \tau_{y_1z_1} = \tau_s - \tau_{y_1z_1} \end{aligned} \quad (3)$$

где σ и τ - пределы пластичности материала на растяжение и сдвиг соответственно.

Для определения местоположения зоны повреждения применим следующий способ. Выделим мысленно часть системы костная ткань – имплантат воображаемым сечением, таким образом, чтобы сечение проходило через конец зоны повреждения.

Сечения проводим по прямой, совпадающий с линией повреждения. Далее записываем условие равновесия внешних и внутренних сил, действующих на оставшую часть системы костная ткань – имплантат.

$$\int_{x_1^0}^{x_2} [\sigma_{y_1}^1(x_1) + \sigma_s] dx = \int_{x_1}^{a_1} \frac{K_I^{(x_2)} dx}{\sqrt{2\pi x}}; \quad x_1^0 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

$$\int_{y_1}^{y_2} [\tau_{x_1y_1}^1(x) + \tau_s] dx = \int_{y_1}^{a_2} \frac{K_{II}^{(y_2)} dx}{\sqrt{2\pi x}}; \quad y_1^0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \quad (4)$$

$$\int_{z_1^0}^{z_2} [\tau_{x_1y_1}^1(x) + \tau_s] dx = \int_{y_1}^{a_3} \frac{K_{III}^{(z_2)} dx}{\sqrt{2\pi x}}; \quad z_1^0 = \frac{1}{2}(z_1 + z_2)$$

Здесь – $\tau_{y_1}^1, \tau_{x_1y_1}^1, \tau_{x_1y_1}^1$ напряжения на линии повреждения в системе костная ткань – имплантат при отсутствие повреждения. Напряженное состояние $\tau_{y_1}^1, \tau_{x_1y_1}^1, \tau_{y_1z_1}^1$ при воздействие функциональных нагрузок неизвестно (см. [3,4,6]). Верхний предел интегрирования a_1, a_2, a_3 находим из равенства

$$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi a_1}} = \sigma_{y_1}^1(x_2); \quad \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi a_2}} = \tau_{x_1y_1}^1(y_2); \quad \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi a_3}} = \tau_{x_1z_1}^1(z_3);$$

После интегрирования в (4) находим K_I, K_{II}, K_{III} :

$$K_I^{(x_2)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} x_1 \sigma_{y_1}^1(x_2) \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4IA}{B^2}} \right] + \sigma_s I; B = 2\sqrt{x_1}; A = \frac{2}{\sigma_{y_1}^1(x_2)}$$

$$I = \int_{x_1}^{x_2} \sigma_{y_1}^1(x) dx = \frac{(x_2 - x_1^0)}{2} \sum_{i=1}^M \sigma_{y_1}^1(\tau_m); \quad (5)$$

$$K_{II}^{(y_2)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{I_1}{\sqrt{a_0 - \sqrt{y_1}}} + \tau_s I_1; I_1 = \int_{y_1^0}^{y_2} \tau_{x_1 y_1}^1(x) dx = \frac{(y_2 - y_1^0)}{2} \sum_{i=1}^M \tau_{x_1 y_1}^1(\tau_m);$$

$$K_{III}^{(z_2)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{I_2}{\sqrt{a_0 - \sqrt{z_1}}} + \tau_s I_2; I_2 = \int_{z_1^0}^{z_2} \tau_{x_1 z_1}^1(x) dx = \frac{(z_2 - z_1^0)}{2} \sum_{i=1}^M \tau_{x_1 z_1}^1(\tau_m);$$

Здесь интегралы заменены суммами с помощью квадратурной формулы, отрезок интегрирования $[-1;1]$ разбивался на M равных ячеек $\tau_m = 2 \frac{x_2 - x_1}{M} (\tau_m + 1) + x_1$:

Аналогично составляются еще три выражения для другой вершины зоны повреждения. Так как напряжения в системе костная ткань - имплантат всюду конечны, в том числе и вершинах зоны повреждения будем иметь, что $K_I^{(x_2)} = 0; K_{II}^{(y_2)} = 0; K_{III}^{(z_2)} = 0$

$$K_I^{(x_1)} = 0; K_{II}^{(y_1)} = 0; K_{III}^{(z_1)} = 0 \quad (6)$$

шесть алгебраических уравнений для определения координат вершин $A_1(x_1, y_1, z_1)$ и $B_1(x_2, y_2, z_2)$.

Решив эти шесть алгебраических уравнений обычным методом последовательных исключений найдем (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2)

Зная координаты вершин зоны повреждения костной ткани по интегральным формулам аналитической геометрии находим длину и центр (середину) зоны повреждения

$$A_1 B_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 + z_1)^2}$$

$$x_0^1 = \frac{x_1 + x_2}{2}; y_0^1 = \frac{y_1 + y_2}{2}; z_0^1 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

Наибольшее раскрытие берегов зоны предразрушения происходит в средней части зоны предразрушения.

Если модуль раскрытия берегов зоны повреждения достигает предельного значения $\epsilon \delta$ [8,9] для материала костной ткани произойдет разрыв межчастичных связей материала и появиться трещина в системе костной ткани имплантат.

Заключения

С помощью разработанного аналитического метода для системы костная ткань – имплантат можно рассчитать напряженно-деформированное состояние костной ткан, выявить зоны с высокой концентрацией (повреждения) и местоположения зарождения трещины.

Построенная математическая модель позволяет исследовать влияние конструкции эндопротеза на локализацию и интенсивность зон микротравмирования костной ткани, подойти к выбору оптимального армирования материала костной ткани. Это позволит снизить вероятность перелома из-за снижения напряжений в опасных зонах за счет перераспределения части нагрузки в элемент армирования. Проведённое исследование может с позиции биомеханики служить некоторым обоснованием метода превентивной профилактики перелома шейки бедра за счет начального армирования.

STATISTİK YÜKLƏNMƏDƏ BUDUN MÖHKƏMLƏNDİRİLMİŞ SÜMÜK TOXUMALARINDA ÇATIN YARANMASININ VƏ ZƏDƏLƏRİN YERİNİN TƏYİNİ ÜÇÜN ANALİTİK ÜSÜL

t.e.n. T.P.Taghi-zadə, m.e.d. N.M.Kələntərli

Xülasə: Dünya təcrübəsində ilk dəfə biyomexanikanın aktual problemi üzrə analitik metod hazırlanmışdır – endroprotezləşdirilmiş oynaqda zədənin yeri və çatların yaranma mexanizmi təyin edilmişdir. Sümük liflərinin zədələnməsi nəzərə almaqla, metal endoprotez quraşdırılmış çanaq-bud oynaqının fəza xətti elastik gərginlikli-deformasiya tədqiq edilmişdir. Gəzinti zamanı yükündən asılı olaraq, çanaq-bud oynaqlarında zədənin yerini və çatların yaranmasını təyin etməyə imkan verən asılılıqlar alınmışdır.

Açar sözlər: endoprotez, bud sümüyü, sümük toxumasının gərginlikli-deformasiya vəziyyəti, ziyan, çatlama başlanması.

ANALYTICAL METHOD FOR DETERMINING THE LOCATION OF DAMAGE AND CRACK INITIATION IN REINFORCED BONE TISSUE OF THE FEMORAL NECK UNDER STATISTICAL LOADS

T.P.Taghi-zada, N.M.Kalantarli

Abstract: For the first time in the world practice, an analytical method has been developed for studying the actual problem of biomechanics — specifically, the location of damage and crack initiation in an endoprosthesis hip joint has been defined. The spatial linear-elastic stress-strain state of the hip joint with an established metal endoprosthesis has been investigated taking into account the presence of damage in the bone tissue. Dependancy ration of the location damage and crack initiation in the hip joint on a loading at walking has been defined

Keywords: endoprosthesis, femur bone, stress-strain state of bone tissue, damage, crack initiation.

Список литературы:

1. Ло скутов А. Е. Эндопротезирование тазобедренного сустава: монография. Днепропетровск: Лира, 2010 - 344 с.
2. Воронцов С.А. Современный разборный эндопротез тазобедренного сустава отечественного протеза//Травматология и ортопедия России. 1994., №5. С.106-110
3. Акулич Ю.В., Подгаец Р.М., Скрябин В.Л., Сотин А.В. Исследования напряженно – деформированного состояния эндопротезированного тазобедренного сустава//Российский журнал Биомеханики. 2007, т. 11, №4, с. 9-35.
4. Радченко В.П., Нехожин В.В., Матвеев А.Л. Математическое моделирование напряженного состояния армированной костной ткани шейки бедра при статистических нагрузках//Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Серия физ.- мат. науки. 2011. №4(25). С. 75-81.
5. Коноваленко Иг.С., Шилько Е.В., Псахье С.Г., Карлов А.В., Смолин А.Ю. Применение метода подвижных клеточных автоматов для оптимизации внутренней структуры эндопротеза тазобедренного сустава человека // Известия Томского политехнического университета. 2004. Т. 307. № 6. С. 116-121
6. Лоскутов О.А. Особенности напряженно-деформированного состояния конической ножки эндопротеза тазобедренного сустава при различных типах ее фиксации // Ортопедия, травматология и протезирование. 2015. No 3. С. 21-25
7. Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материала. Киев: Наукова думка, 1991. — 416 с.
8. Мирсалимов В.М. Зарождения дефекта типа трещины во втулке компактной пары //Математическое моделирование. 2005, т. 17, № 2. С. 35-45.
9. Mirsalimov V.M. Cracking in circular disk under mixed boundary condition // Acta mechanica, 2015, Vol. 226, № 6, p. 1897-1907.