Scientific News of Azerbaijan State Academy of Physical Education and Sport

Sport Science Journal
vol. 4, № 4, 2022, pp. 103-106.

ÇOXLUĞUN SİNİF TƏŞKİL ETMƏSİ ANLAYIŞININ BƏZİ TƏTBİQ SAHƏLƏRİ

N.D. Hacızadə

Azərbaycan Dövlət Bədən Tərbiyəsi və İdman Akademiyası
natig.hacizada@sport.edu.az, orcid.org/0000-0003-2329-1683

Nəşr tarixi
Qəbul edilib: 15 sentyabr 2022
Dərc olunub: 27 dekabr 2022

Annotasiya. "Çoxluğun sinif təşkil etməsi anlayışının bəzi tətbiq sahələri" adlı məqalədə natural ədədlər çoxluğunun elementlərinin bölənləri sayından və onların xüsusiyyətlərindən bəhs edilir. Bölənləri sayının tək və cütlüyünün bu çoxluğu cüt-cüt kəsişməyən alt çoxluqlara ayrılması bu məqalədə öz əksini tapmışdır.

Açar sözlər: *alt çoxluq, sinif, bölən, zəruri, kafi, təklif, nəzəri, praktik,sadə, natural.*

Riyazi təhsildə mühüm əhəmiyyət daşıyan anlayışlardan biri də çoxluğun cüt-cüt kəsişməyən alt çoxluqlara ayrılması anlayışıdır. Çoxluq o vaxt siniflərə ayrılmış hesab olunur ki, çoxluğu təşkil edən alt çoxluqlar aşağıdakı şərtləri ödəsin:

X çoxluğunun alt çoxluqları x_1, x_2 ,...x_n olsun [2].

1) Alt çoxluqların heç biri boş çoxluq olmasın;
2) Onların cüt-cüt kəsişmələri boş çoxluq olsun;
3) Alt çoxluqların birləşməsi X çoxluğunu versin.

Bu üç şərt ödənildikdə çoxluq siniflərə bölünmüş hesab olunur. Məsələn, natural ədədlər çoxluğu müxtəlif formalarda siniflərə bölünür. Bölənləri sayına görə natural ədədlər çoxluğu üç sinfə bölünür:

1) vahid (bir böləni var);
2) sadə ədədlər çoxluğu (iki böləni var);
3) mürəkkəb ədədlər çoxluğu (ikidən çox böləni olan ədədlər).

Natural ədədlər çoxluğunun bu alt çoxluqları yuxarıdakı şərtləri ödəyir. Yəni, heç biri boş çoxluq deyil, cüt-cüt kəsişmirlər və birləşmələri natural ədədlər çoxluğunu verir. Bundan başqa hər bir natural bölənə görə də natural ədədlər çoxluğunu siniflərə ayırmaq olar. Bu siniflərin sayı bölən qədər olacaq. Məsələn, 5 böləninə görə natural ədədlər çoxluğunu

$$5n,\ 5n+1,\ 5n+2,\ 5n+3,\ 5n+4$$

kimi 5 sinfə ayirmaq olar. Burada n mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğuna daxildir. Natural ədədlər çoxluğunu müxtəlif cür siniflərə ayırmaq olar. Belə siniflərdən biri də bölənləri sayı tək və cüt olan natural ədədlər sinifləridir. Bu siniflər üzərində bir az ətraflı dayanaq [1].

Nəzəri biliyin praktik çalışmaların həlli prosesindəki əhəmiyyətini əks etdirən teoremlə tanış olaq. Əvvəlcə hər hansı ədədin bölənlərinin bəzi qanunauyğunluqlarını yada salaq.

48 ədədinin bölənlərini nəzərdən keçirək:

$$1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6;\ 8;\ 12;\ 16;\ 24;\ 48$$

Artma qaydası ilə düzülmüş bölənlərin sayı cütdür, başlanğıcdan və sondan eyni məsafədə yerləşən bölənlərin hasili 48 ədədinə bərabərdir:

$$1\cdot48=48;\ 2\cdot24=48;\ 3\cdot16=48;\ 4\cdot12=48;\ 6\cdot8=48$$

İndi isə bölənlərinin sayı tək olan ədəd götürək. 36 ədədinin bölənlərini artma sırası ilə düzək:

$$1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6;\ 9;\ 12;\ 18;\ 36$$

Soldan və sağdan simmetrik yerləşən bölənlərin hasili yenə 36 ədədinə bərabər olacaq:

$$1\cdot36=36;\ 2\cdot18=36;\ 3\cdot12=36;\ 4\cdot9=36$$

Lakin 6 böləni tək qalır və bu bölən artma sırası ilə düzülmüş bölənlər içərisində tam ortada yerləşir. Göründüyü kimi 36 ədədi həmin bölənin kvadratıdır.

İstənilən natural ədəd üçün bu qanunauyğunluğu yoxlayanda görürük ki, bölənləri sayı tək olan natural ədəd həmişə tam kvadratdır.

Digər natural ədədlərin bölənləri sayı cütdür. Bu mülahizələrimizi ümumiləşdirərək aşağıdakı teoremi söyləmək olar:

Teorem: Natural ədədin tam kvadrat olması üçün onun bölənləri sayının tək sayda olması həm zəruri, həm də kafi şərtdir [3].

İsbatı: Fərz edək ki, natural ədəd tam kvadratdır. İsbat edək ki, bölənləri sayı təkdir.

Natural ədəd M və $M = d^2$ olsun. Ədədin bölənləri çoxluğunu $D(M)$-lə işarə edək. Əgər d ədədi sadə ədəd olarsa,

$$D(M) = \{1; d; d^2\}$$

Olar ki, onların da sayı təkdir.

Əgər d ədədi mürəkkəb olarsa, onun kanonik ayrılışını

$$d = P_1^{\alpha_1} \cdot P_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot P_n^{\alpha_n}$$

şəklində yazaq. Onda,

$$M = \left(P_1^{\alpha_1} \cdot P_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot P_n^{\alpha_n}\right)^2 = P_1^{2\alpha_1} \cdot P_2^{2\alpha_2} \cdot \ldots \cdot P_n^{2\alpha_n}$$

olar.

Aydındır ki, M ədədinin bölənləri sayı

$$(2\alpha_1 + 1)(2\alpha_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (2\alpha_n + 1)$$

hasilinə bərabər olar. Bu vuruqların hər biri tək ədəd olduğu üçün hasil də tək ədəd olacaq. Deməli göstərdik ki, M ədədi tam kvadrat olarsa, onun bölənləri sayı təkdir.

İndi isə göstərək ki, M ədədinin bölənləri sayı təkdirsə, o tam kvadratdır. M ədədinin kononik yazılışını

$$M = P_1^{\alpha_1} \cdot P_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot P_n^{\alpha_n}$$

şəklində götürək. Onda bu ədədin bölənləri sayı

$$(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (\alpha_n + 1)$$

hasilinə bərabər olmalıdıdr. Şərtə görə bu hasil tək ədəddir. Bu da o deməkdir ki, vuruqların hər biri tək ədəd olmalıdır. Yəni,

$$\alpha_i + 1 = 2k_i + 1 \ (i=\overline{1,n})$$

şəklində olmalıdır. Buradan da alırıq ki,

$$\alpha_i = 2k_i$$

olar.

Onda yaza bilərik ki,

$$M = P_1^{2k_1} \cdot P_2^{2k_2} \cdot \ldots \cdot P_n^{2k_n} = \left(P_1^{k_1} \cdot P_2^{k_2} \cdot \ldots \cdot P_n^{k_n}\right)^2$$

Bu isə o deməkdir ki, M ədədi tam kvadratdır.

İsbatın II hissəsini indekslərə əsasən də aparmaq olar. Bunun üçün M ədədinin bölənləri çoxluğunu aşağıdakı şəkildə yazaq: [3, s.15-18]

$$D(M) = \{d_1; d_2; \ldots; d_n; d_{n+1}; d_{n+2}; \ldots; d_{2n+1}\}$$

Aydındır ki, $d_1 = 1$; $d_{2n+1} = M$-dir.

Simmetrik bölənlərin hasili M ədədinə bərabər olduğu üçün

$$M = d_1 \cdot d_{2n+1} \qquad (1)$$
$$M = d_2 \cdot d_{2n}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$M = d_n \cdot d_{n+2}$$

Bölənləri sayı tək olduğu üçün sırada ortada olan d_{n+1} böləninin tamamlayıcı vuruğu olmayacaq. (1) bərabərliklərinin sağ tərəfindəki hasillərin indeksləri cəminə fikir versək görərik ki,

$$1+2n+1=2n+2;\ 2+2n=2n+2;\ \ldots;$$
$$n+n+2=2n+2.$$

Yəni bu cəmlər bir-birinə bərabərdir.

d_{n+1} M ədədinin böləni olduğu üçün fərz edək ki, hər hansı d_x ədədi ilə hasili M-ə bərabərdir;

$$M = d_{n+1} \cdot d_x$$

Sağdakı hasilin indeksləri cəmi $(2n + 2)$-yə bərabər olmalıdır.

$$(n+1+x = 2n+2) \Rightarrow (x = n+1)$$

Deməli,

$$(M = d_{n+1} \cdot d_x) \Rightarrow (M = d_{n+1} \cdot d_{n+1}) \Rightarrow (M = d_{n+1}^2)$$

Yəni M ədədi tam kvadratdır.

Şərh olunan xassələrdən əsasən məktəbin cəbr kursunda metodik yanaşma kimi istifadə etmək olar. Praktik çalışmaların həllində bu nəzəri biliklərin mühüm əhəmiyyətinin olduğunu göstərmək üçün aşağıdakı çalışmalara baxaq:

Çalışma 1. $1930 < n < 2150$ şərtini ödəyən və 15 böləni olan natural ədədi tapın.

Həlli: n ədədi bölənləri sayı tək olduğu üçün tam kvadratdır. Həmin aralıqda yerləşən, tam kvadrat olan ədədlər isə 1936, 2025 və 2116 ədədləridir.

$$1936 = 44^2; \quad 2025 = 45^2; \quad 2116 = 46^2$$

Bunların içərisində 15 böləni olan ədəd 2025-dir. Çünki, $2025 = 5^2 \cdot 3^4$

Bölənləri sayı isə $(2+1)(4+1) = 3 \cdot 5 = 15$

Çalışma 2. 11 böləni olan elə N natural ədədi tapın ki, o aşağıdakı şərtləri ödəsin:

1) $1 = a_1 < a_2 < \ldots < a_{11} = N$ burada a_1-in bir, a_2-nin iki, a_{11}-in 11 böləni var.

2) $a_6 = 18$ və $a_9 - a_8 = 17$.

Həlli: Aydındır ki, biz a_7, a_8, a_9-u 18-dən böyük olan ədədlər içərisində axtarmalıyıq. a_7 7 sayda böləni olan ədəd olduğu üçün 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, ... ədədləri içərisində olacaq. Bu ədəd 64-dür. Onun bölənləri sayı 7-dir:

1; 2; 4; 8; 16; 32; 64

Ona görə ki, 25; 36; 49 ədədlərinin bölənləri sayı 7-dən fərqlidir.

a_8, və a_9-u isə 64-dən böyük ədədlər içərisində axtaraq. Əvvəlcə a_9-u tapaq. Çünki, o tam kvadratdır. Bu ədəd 9^2, 10^2, 11^2, ... , ədədləri içərisində olmalıdır. Bu ədədlərin içərisində 9 böləni olan ədəd 100-dür:

1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100

Lakin bu ədəd $a_9 - a_8 = 17$ şərtini ödəmir. Yəni $a_8 = 83$ alırıq ki, 83-ün isə 8 böləni yoxdur.

Nəhayət seçmə yolu ilə tapırıq ki, $a_9 - a_8 = 17$ şərtini ödəyən və 9 böləni olan ədəd 441-dir, 8 böləni olan ədəd isə 441-17=424-dür.

Deməli, a_{11}-i 441-dən böyük olan 22^2, 23^2, 24^2, ... ədədləri içərisində axtarıb tapmalıyıq. Bu ədədlər içərisində 11 böləni olan ən kiçik ədəd

$32^2 = 1024$-dür. Bölənləri aşağıdakı-lardır:

1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512; 1024.

Yekun nəticələr: Məqalədən belə nəticəyə gəlmək olur ki, natural ədədlər bölənləri sayına görə iki sinfə bölünür. Tam kvadrat olanlar və olmayanlar. Praktik çalışmaların həllində bu nəzəzri biliklərin mühüm əhəmiyyəti var. Bu xassə bəzi riyazi problemlərin həlli prosesini asanlaşdırmağa imkan verir.

ƏDƏBİYYAT

1. **Hacızadə N.D, Nəbiyev O.Q., Rzayev M.T.** *Orta riyazi təhsildə yeni nəzəri biliklərin əhəmiyyəti*. Fizika, riyaziyyat və informatika tədrisi. 2015, № 4, s. 54-58.
2. **Hacızadə N.D., Nəbiyev O.Q.** *Riyaziyyatın ibtidai kursunda çoxluğun sinif təşkil etməsi ilə bağlı nəzəri-metodik mülahizələr*. Fizika, riyaziyyat və informatika tədrisi. 2017, № 3, s. 27-30.
3. **Həsənova X.S., Qasımova G.İ., Aşurova L.V.** *Təlim prosesində obrazlı təfəkkürün inkişaf etdirilməsinin əsas istiqamətləri*. Fizika, riyaziyyat və informatika tədrisi. 2014, № 4, s. 10-15.
4. **Əsədov M.X.** *Orta məktəbin riyaziyyat kursunda məsələ həlli təliminin nəzəri və metodik problemləri*. Bakı: 2018, ”Elm və təhsil”, 383 s.
5. **Əsədov M.X.** *Riyaziyyatın ibtidai kursunun nəzəri əsasları*. Bakı: 2018, ADPU-nun mətbəəsi, 305s.

НЕКОТОРЫЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КОНЦЕПЦИИ ОРГАНИЗАЦИИ МНОЖЕСТВА КЛАССОВ

Н.Д. Гаджизаде

Азербайджанская Государственная Академия Физической Культуры и Спорта
natig.hacizada@sport.edu.az, orcid.org/0000-0003-2329-1683

Аннотация. В статье «Некоторые области применения концепции организации классов множеств» упоминается количество делителей элементов натуральных чисел и их характеристики. В данной статье описано деление числа делителей на единичные и четные пары, которые попарно не пересекаются.

Ключевые слова: *подмножество, класс, делитель, необходимое, достаточное, предположение, теоретическое, практическое, простое, натуральное.*

SOME AREAS OF APPLICATION OF THE CONCEPT OF SET CLASS ORGANIZATION

N.D. Hajizade

Azerbaijan State Academy of Physical Education and Sport
natig.hacizada@sport.edu.az, orcid.org/0000-0003-2329-1683

Annotation. The article "Some areas of application of the concept of set class organization" mentions the number of divisors of the elements of natural numbers and their characteristics. This article describes the division of the number of divisors into singular and even pairs, which do not intersect in pairs.

Keywords: *subset, class, divisor, necessary, sufficient, suggestion, theorotical, practical, prime, natural.*